



**HAL**  
open science

# Des insuffisances de la PPA à l'apport du NATREX : une revue critique des théories du taux de change réel d'équilibre

Serge Rey

► **To cite this version:**

Serge Rey. Des insuffisances de la PPA à l'apport du NATREX : une revue critique des théories du taux de change réel d'équilibre. 2009. hal-01880363

**HAL Id: hal-01880363**

**<https://univ-pau.hal.science/hal-01880363>**

Preprint submitted on 24 Sep 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Université de Pau  
et des  
Pays de l'Adour

Working  
Papers  
Series

CATT WP No. 5.  
November 2009

Des insuffisances de la PPA à l'apport du  
NATREX : une revue critique des théories du  
taux de change réel d'équilibre

Serge Rey

# **Des insuffisances de la PPA à l'apport du NATREX : une revue critique des théories du taux de change réel d'équilibre**

**Serge REY\***

Mai 2009

\* Université Pierre Mendès France-Grenoble2 et **C.A.T.T.** - Centre d'Analyse Théorique et de Traitement des données économiques- Université de PAU.

***Adresse :***

CATT, Faculté de Droit, d'Economie et de Gestion, Avenue du Doyen Poplawski, BP 1633, 64016 PAU, Cedex France.

E-Mail: [serge.rey@univ-pau.fr](mailto:serge.rey@univ-pau.fr),

## Des insuffisances de la PPA à l'apport du NATREX : une revue critique des théories du taux de change réel d'équilibre

---

Résumé :

L'analyse des *mésalignements* des taux de change, c'est-à-dire des sur ou sous-évaluations des monnaies, reste au cœur des débats de la finance internationale. Or, ces *mésalignements* ne peuvent être définis et mesurés qu'en référence à un taux de change d'équilibre, considéré comme la « norme ». Face à une littérature abondante, comment sélectionner le « bon » modèle ? On considère que le modèle pertinent doit répondre à certaines exigences, qui relèvent à la fois du contenu théorique et du caractère opérationnel pour procéder à des applications empiriques. Au niveau théorique ce modèle devra s'attacher à : d'une part expliquer la dynamique des taux de change réels, en distinguant notamment les équilibres de moyen et long terme ; d'autre part rendre compte de l'interaction taux de change-dette externe. Au niveau empirique, la possibilité d'estimer sous forme structurelle un modèle complet qui permette la prise en compte de manière explicite des conditions d'équilibre de moyen terme et de long terme, pourra renforcer ce choix. On montre que les modèles standard de la littérature que sont la PPA, le modèle FEER et le modèle BEER, ne répondent que partiellement à ces exigences, et qu'*a contrario*, le NATREX constitue à ce jour l'approche la plus élaborée. Pour ces raisons, cet article revient en détail sur les principales caractéristiques du (des) modèle(s) NATREX.

*Mots clés* : taux de change réel d'équilibre, PPA, NATREX, BEER, FEER, crises financières

*Classification JEL* : F31, F32, F41

---

### 1. Introduction

Il est aujourd'hui bien établi que les *mésalignements* ou sur/sous évaluations des taux de change, c'est-à-dire les écarts entre le taux de change courant et sa valeur d'équilibre de moyen/long terme, ont des effets perturbateurs à la fois sur les équilibres internes (transferts de ressources entre secteurs, variations des investissements ...) et sur les équilibres externes (ajustements des flux commerciaux et des investissements directs étrangers...). Si l'on se fixe comme objectif d'analyser ces effets, il est donc nécessaire de définir la valeur d'équilibre du taux de change. En d'autres termes, il convient de préciser quels sont les déterminants fondamentaux de ce taux.

L'étude du comportement des taux de change a connu un renouveau important à la suite de l'abandon du système de Bretton Woods. C'est en effet durant cette période que de nombreux travaux, tant théoriques qu'empiriques, ont commencé à être massivement diffusés dans la littérature internationale. Les champs de cette recherche ont par la suite évolué, pour progressivement passer d'une étude des taux de change nominaux à une analyse des taux de change réels.

Dans les années 1970 et jusqu'au milieu des années 1980, les travaux théoriques ont été surtout axés sur la recherche des déterminants des taux de change nominaux, et ils se sont développés autour de deux axes.

D'un côté, on s'est intéressé au *comportement de long terme* des taux de change. A ce niveau, il n'y a pas eu de véritable avancée théorique puisqu'on s'est contenté de remettre au goût du jour la théorie de la parité des pouvoirs d'achat (PPA), analysée et formalisée de manière approfondie par

l'économiste suédois G. Cassel, dans les années 1910 et 1920<sup>1</sup>. On admet alors qu'en longue période le taux de change nominal doit être tel qu'il égalise le pouvoir d'achat d'une unité de monnaie dans le pays d'émission et dans le pays étranger. Le seul débat théorique a concerné le fait de savoir si la PPA résultait de comportements d'arbitrages microéconomiques (loi du prix unique), ou si au contraire elle était la conséquence d'ajustements macroéconomiques conduisant à un équilibre monétaire (modèle monétaire). Ce débat déjà ancien, soulevé à nouveau par Cassel, Rueff et Keynes entre autres, au moment de l'abandon de l'étalon-or, a été fortement enrichi en 1964 par les réflexions de Balassa et Samuelson. Depuis cette date, il faut bien admettre que la controverse sur la pertinence de la PPA comme valeur d'équilibre de long terme du taux de change s'est essentiellement déplacée au niveau empirique.

De l'autre, on a cherché à modéliser les *comportements de courte période* des taux de change. Partant de modèles monétaires très simples stipulant l'intégration financière (parité des taux d'intérêt non couverte) et parfois réelle (PPA), on est passé progressivement à des modèles de portefeuille plus généraux (substituabilité imparfaite des titres), pour déboucher sur des modèles dynamiques encore plus sophistiqués qui prennent en compte des processus d'optimisation *intertemporelle* des agents. Ces modèles ont eu pour mérite de mettre l'accent sur l'influence des mouvements de capitaux spéculatifs, et par voie de conséquence sur le rôle des anticipations, dans les fluctuations de court terme des taux de change. Toutefois, une de leurs faiblesses et non des moindres, c'est qu'ils résistent relativement mal à l'épreuve empirique. Notamment, quelques travaux célèbres, comme ceux de Meese et Rogoff (1983), ont montré qu'un simple marché aléatoire pouvait mieux prévoir les évolutions des taux de change que ces modèles beaucoup plus riches. Pour reprendre les termes de MacDonald et Marsh (1997): "*The Meese and Rogoff finding....has generated considerable pessimism about the usefulness of macroeconomic variables in explaining exchange rates*"<sup>2</sup>. Ces résultats ont conforté le développement des modèles de bulle rationnelle, puis plus récemment de microstructure. Mais au bout du compte ces modèles sont de peu d'utilité pour étudier les *mésalignements* d'une monnaie.

L'analyse empirique a aussi joué un rôle important puisque *in fine*, c'est elle qui s'est trouvée au cœur du débat pour trancher parmi les différentes approches. Dans ce cadre, quel est le statut du taux de change réel, c'est-à-dire du prix relatif des biens domestiques et étrangers exprimés en monnaie commune ? Si on considère que la PPA est bon indicateur de la valeur d'équilibre de long terme du taux de change nominal, le taux de change réel d'équilibre est par définition égal à l'unité ou, s'il subsiste certains biais statistiques ou économiques (entraves aux échanges...), à une constante non nulle. Cela signifie qu'il existe des forces de rappel (arbitrages, ajustements macroéconomiques,...)

---

<sup>1</sup> Cf. CASSEL (1916, 1923)

<sup>2</sup> Notons toutefois que MacDONALD et MARSH (1997) vont remettre en cause les conclusions de MEESE et ROGOFF en montrant qu'un simple modèle de PPA enrichi par la prise en compte des taux d'intérêt longs (10 ans) du pays domestique et du pays étranger permet de surpasser le marché aléatoire à un horizon de prévision de 3 mois et au-delà. Ce résultat est obtenu pour les taux de change du dollar américain contre le yen, le deutschemark et la livre sterling.

qui sont telles que le taux de change réel reviendra toujours vers sa valeur moyenne constante. D'un point de vue statistique, le taux de change réel est stationnaire. D'un point de vue économique, il n'y a pas lieu de se soucier d'élaborer une théorie du taux de change réel d'équilibre, puisqu'il est constant. C'est cette approche simplificatrice qui va être critiquée et dépassée par plusieurs recherches importantes de la fin des années 1980 et du début des années 1990.

L'approche des taux de change va être confrontée à un double défi, empirique et économique. Au niveau empirique, ce sont les travaux pionniers de Dickey et Fuller sur les tests de racine unitaire, puis de Engle et Granger sur la cointégration, qui vont entraîner une profonde remise en cause. La théorie de la PPA se prêtait, et se prête toujours d'ailleurs à ces tests, puisqu'elle postule la stationnarité du taux de change réel, ou ce qui revient à l'identique, l'existence d'une relation de cointégration entre le taux de change nominal et les prix domestiques et étranger. On a donc vu se multiplier les travaux empiriques sur le sujet. Les résultats parfois controversés et souvent remis en cause par des méthodes statistiques de plus en plus sophistiquées, ont eu au moins pour mérite de mettre en évidence le fait que la stationnarité du taux de change réel en longue période était loin d'être acquise. Ainsi, il apparaît que le modèle de marche aléatoire (*random walk*) est mieux adapté pour rendre compte du comportement des taux de change nominaux et réels. L'arsenal économétrique ne cessant de se renforcer, le débat reste entier. Mais face à ce que l'on pourrait qualifier d'une course à l'armement statistique, d'autres auteurs sont revenus à l'approche théorique. De ce point de vue, l'avancée la plus intéressante est sans conteste la tentative de modélisation de la dynamique des taux de change réel d'équilibre de long terme.

Depuis le début des années 1990, trois modèles importants ont vu le jour : le modèle FEER (*Fundamental Equilibrium Exchange Rate*) de Williamson ; le modèle BEER (*Behavioural Equilibrium Exchange Rate*) de MacDonald et le modèle NATREX (*NATural Real EXchange rate*) de Stein<sup>3</sup>. Ces modèles ont pour objectif de déterminer le taux de change réel effectif compatible avec un équilibre macroéconomique interne et externe. Ils se situent dans la continuité des travaux de Nurkse (1945), Artus (1977) et des différentes études menées par le FMI durant les années 1970. Parmi ces approches, celle du NATREX développée par J.L. Stein nous semble la plus intéressante. D'une part, le NATREX propose une analyse rigoureuse des mécanismes d'équilibre de moyen et long terme, ainsi que de la dynamique du NATREX de moyen terme vers le NATREX de long terme. D'autre part, le NATREX s'inscrit dans une perspective plus large que les autres modélisations en offrant une explication des crises financières. La contribution de J.L. Stein à ce corpus théorique paraît d'autant plus importante que les modèles traditionnels souffrent de carences notoires.

Aussi l'objectif de ce travail sera de montrer, après une brève revue critique de la théorie de la PPA et des modèles FEER et BEER (section 2), l'apport du modèle NATREX à la théorie des taux de change d'équilibre. Le modèle NATREX pour un grand pays sera présenté en détail dans la section 3.

---

<sup>3</sup> Pour une revue complète des modèles de taux de change d'équilibre, on pourra se reporter à MacDONALD (2000), DRIVER et WESTAWAY (2003).

Les extensions du NATREX, pour les économies en transition et les petits pays, seront exposées dans la section 4. Les principales caractéristiques du modèle de crise financière seront rappelées dans la section 5. La section 6 conclura ce travail.

## 2. Les limites des modèles standard

Pour illustrer le débat sur les taux de change d'équilibre, on peut partir de la définition du taux de change réel. Soit  $N$  le taux de change nominal,  $P$  le niveau des prix domestiques et  $P^*$  le niveau des prix étrangers. Une augmentation de  $N$  est une appréciation du taux nominal. Le taux de change réel  $R$  peut être défini comme

$$R_t = N_t \frac{P_t}{P_t^*} = \frac{N_t}{P_t^*/P_t} \Leftrightarrow N_t = R_t \cdot \frac{P_t^*}{P_t} \quad (1)$$

La littérature sur la PPA postule qu'à long terme le taux nominal  $N$  doit converger vers un taux d'équilibre donné par le prix relatif  $P^*/P$  (ou le rapport des pouvoirs d'achat  $1/P$  et  $1/P^*$ ), ce qui revient à admettre la constance du taux de change réel d'équilibre. A l'inverse les approches récentes considèrent que la variable pertinente est le taux de change réel d'équilibre déterminé par un ensemble de fondamentaux, et par conséquent non constant, d'où se déduira le taux nominal. On présentera donc une brève revue critique de la PPA (2.1), du modèle de taux de change d'équilibre fondamental (2.2), et du modèle de taux de change d'équilibre comportemental (2.3).

### 2.1. Les insuffisances des approches en termes de PPA

#### 2.1.1. Un cadre théorique contesté

Selon cette théorie réactualisée par Cassel (1916,1923), le taux de change d'équilibre de long terme doit être tel qu'une unité monétaire doit avoir le même pouvoir d'achat dans le pays domestique et dans le pays étranger. Le taux de PPA (noté  $N_{PPA}$ ) sera donc donné par le rapport des pouvoirs d'achat. Soit  $N_{PPA,t} = (1/P_t)/(1/P_t^*) = P_t^*/P_t$ , et le taux de change réel s'écrira comme :

$$R_t = \frac{N_t}{N_{PPA,t}} \Rightarrow R_{PPA,t} = 1 \quad (2)$$

Le taux de change réel d'équilibre de PPA ( $R_{PPA}$ ) sera donc égal à l'unité. Une valeur supérieure (inférieure) à l'unité sera interprétée comme une sur (sous) évaluation de la monnaie domestique.

Depuis les années 1920 cette théorie a donné lieu à de nombreuses controverses allant d'un soutien intéressé de la part des partisans du modèle monétaire de taux de change, trouvant dans la PPA une condition d'équilibre de long terme indispensable au bouclage de leur modèle, aux critiques les plus rudes sur les fondements de cette approche (Samuelson, 1964, Balassa, 1964, Officer, 1976). Si cette relation a suscité autant de commentaires, c'est peut être parce que l'exposé originel de Cassel (1923) manque parfois de clarté.

Le problème de fond concerne en effet les mécanismes de retour à l'équilibre du taux de change nominal. Si on exclut toute référence à la loi du prix unique qui réduirait la PPA à une simple tautologie, une explication possible pourrait être trouvée dans les mécanismes d'ajustement de la balance des paiements. Mais Cassel (1923 p.207) réfute cette thèse lorsqu'il écrit : « *Keynes persiste à soutenir cette vieille idée que le cours de change se détermine par la balance des paiements* » ; puis un peu plus loin insiste à nouveau en précisant : « *Quoiqu' il en soit Keynes déclare que, lorsque la valeur internationale d'une monnaie diminue par suite d'une inflation intérieure, c'est cette inflation qui, en augmentant le pouvoir d'achat à l'intérieur du pays, lequel entraîne un accroissement des importations (ou à l'inverse, une réduction des exportations), rompt l'équilibre de la balance des paiements et contribue ainsi à augmenter le prix des monnaies étrangères. Un tel point de vue n'est pas admissible* ». Comment alors expliquer que les pouvoirs d'achat exprimés en monnaie commune tendent à s'égaliser ? A la page 171, il esquisse une explication : « *dès que la monnaie d'un pays est sous-estimée par rapport à sa parité de pouvoir d'achat, il sera particulièrement avantageux d'acheter cette monnaie et de l'employer à acheter des marchandises de ce pays. Le stimulant des demandes élèvera très vite le prix de la monnaie au niveau de la parité* ». Mais cette interprétation n'a de sens que si on peut effectivement acquérir tous les biens et services disponibles dans le pays étranger, c'est-à-dire si on a affaire à des biens et services échangeables<sup>4</sup>. Cassel semble d'ailleurs aller dans ce sens puisqu'il précise : « *S'il n'existe aucune entrave particulière à l'exportation des marchandises,..., toute sous-estimation de la monnaie provoquera alors fatalement un accroissement international de la demande de ses marchandises* »<sup>5</sup>. Mais en fin de compte, ces affirmations ne tiennent pas dans la mesure où le pouvoir d'achat concerne à la fois des biens échangés internationalement et des biens non échangés. Il est donc possible qu'on ait des distorsions des prix relatifs. Cassel paraît conscient de cela puisqu'il note (p.176): « *notre calcul de parité des pouvoirs d'achat ne peut donner des résultats satisfaisants qu'à la condition que la hausse des prix dans les pays envisagés se soit produite sur toutes marchandises au même degré* ». C'est poser en quelques sortes les bases de l'hypothèse d'un biais de productivité.

---

<sup>4</sup> On exclut la possibilité de se déplacer physiquement d'un pays à l'autre.

<sup>5</sup> Notons que Cassel fait explicitement référence aux marchandises demandées internationalement. Or, la prise en compte des services, ce que fera Balassa, et de certains biens non échangés affaiblit considérablement son argumentation.



### 2.1.2. L'hypothèse du biais de Balassa/Samuelson

C'est à la suite des travaux de Balassa (1964) et Samuelson (1964) qu'on en est venu à parler du biais de productivité de Balassa/Samuelson (noté B/S). Ce biais peut expliquer que le taux de change entre les monnaies de deux pays s'écarte durablement du taux PPA, dès lors que coexistent des biens échangés internationalement, qui font face à la concurrence internationale, et des biens abrités de la concurrence internationale ou non échangés. En effet, si dans une économie les productivités entre les secteurs des biens échangés et non échangés divergent plus fortement que dans l'autre économie, alors les prix relatifs des biens échangés et non échangés divergeront, ce qui conduira le taux de change à dévier du taux PPA. Ces écarts de productivités seront d'autant plus importants que les écarts de niveaux de revenus des pays seront notables<sup>6</sup>.

Puisque chaque économie est composée de deux secteurs, un secteur des biens échangés et un secteur des biens non échangés, le niveau général des prix de chacun des pays peut être décomposé comme une moyenne des prix de chacun des secteurs. Le taux de change réel peut donc s'écrire comme :

$$R_t = \frac{N_t \cdot P_{e,t}^\theta P_{ne,t}^{1-\theta}}{P_{e,t}^{*\lambda} P_{ne,t}^{*(1-\lambda)}} = \frac{N_t \cdot P_{e,t}}{P_{e,t}^*} \cdot \frac{\left(\frac{P_{ne,t}}{P_{e,t}}\right)^{(1-\theta)}}{\left(\frac{P_{ne,t}^*}{P_{e,t}^*}\right)^{(1-\lambda)}} \quad (3)$$

où le niveau général des prix ( $P$ ) est constitué des prix des biens échangés ( $P_e$ ) et des prix des biens non échangés ( $P_{ne}$ ).  $\theta$  (resp.  $\lambda$ ) et  $(1-\theta)$  (resp.  $1-\lambda$ ) représentent les parts de chacun des secteurs dans les deux pays. Ainsi le taux de change réel pour l'ensemble de l'économie peut toujours être décomposé comme le produit du taux de change réel des seuls biens échangés au niveau international et du ratio des prix relatifs internes. Si on note  $R_e$  le taux de change réel pour les biens échangés,  $PR_n$  le ratio des prix relatifs internes et si on suppose  $\theta = \lambda$  pour simplifier la présentation, l'équation (3) peut être réécrite comme :  $R_t = R_{e,t} \cdot (PR_{n,t})^{1-\theta}$ . S'il y a convergence à long terme entre les prix des biens échangés ( $R_e \approx 1$ ), le taux de change réel s'écartera d'autant plus de sa valeur d'équilibre (égale à un) que la divergence entre les prix relatifs est forte ( $PR_n \neq 1$ ).

---

<sup>6</sup> Considérant que le secteur des services est représentatif du secteur des biens non échangés, Balassa (p.586) note: "The greater are productivity differentials in the production of traded goods between two countries, the larger will be differences in wages and in the prices of services, the greater will be the gap between purchasing-power parity and the equilibrium exchange rate...Services will be relatively more expensive in countries with higher levels of productivity". Ce résultat tient parce que la mobilité du travail à l'intérieur de chacun des pays conduit à l'égalisation des salaires dans les secteurs de biens échangés et non échangés.

Interprétée en termes de variations<sup>7</sup>, l'hypothèse de biais de productivité impose que les évolutions de  $R$  s'expliquent par les variations de  $PR_n$ . Plus précisément un pays qui s'ouvre à la concurrence internationale, et qui initialement a le niveau de développement le plus faible, connaîtra une plus forte croissance de son revenu et de sa productivité relative du secteur exposé (phénomène de rattrapage). Il en résultera une hausse plus rapide du prix relatif des biens non échangés/biens échangés que dans le pays à fort niveau de développement (à haut revenu), ce qui conduira à une appréciation réelle de sa monnaie.

En transformant sous forme logarithmique, on obtient la relation:

$$\text{Log}R_t = \text{Log}R_{e,t} + (1 - \theta)\text{Log}PR_{n,t} \quad (4)$$

Si on réécrit l'équation (4) en différences, on peut préciser les contributions respectives du taux de change réel du secteur exposé et du ratio des prix relatifs, aux variations du taux de change réel.

$$1 = \underbrace{\frac{\Delta \text{Log}(R_{e,t})}{\Delta \text{Log}(R_t)}}_{\text{Contribution de } R_e} + (1 - \theta) \underbrace{\frac{\Delta \text{Log}(PR_{n,t})}{\Delta \text{Log}(R_t)}}_{\text{Biais de B/S}} \quad (5)$$

L'hypothèse de biais de productivité sera d'autant mieux vérifiée que la seconde composante de la relation (5) est proche de un<sup>8</sup>, tandis que la contribution du taux de change réel des biens échangés est proche de zéro.

Cette approche pose deux problèmes. En premier lieu, la distinction entre biens échangeables et bien non échangeables n'est plus aujourd'hui aussi tranchée que le postule l'hypothèse de B/S. En second lieu, si on considère les économies en transition (Pays d'Europe Centrale et Orientale en particulier) et certains pays émergents, pour lesquels cette interprétation a été largement avancée, la croissance de la productivité ne garantit pas un accroissement des revenus, des salaires et des prix. Les difficultés auxquelles doivent faire face les firmes de ces pays pour vendre sur les marchés mondiaux les conduisent souvent à rester positionnées sur des productions à faible coût et à faible contenu technologique. Sans aller jusqu'à rejeter totalement l'hypothèse du biais de B/S, on peut considérer que ce biais explique au mieux une partie de la tendance des taux de change réels (Stein 2006, Coudert 2004), l'autre partie résultant du comportement des déterminants fondamentaux du taux de change réel.

<sup>7</sup> Initialement, Balassa expose le principe du biais de productivité pour des taux de change en niveau.

<sup>8</sup> Si on suppose que le biais de productivité est le seul facteur explicatif des divergences de prix relatifs.

La théorie Casselienne pêche donc par un manque de fondements théoriques solides. A la décharge de Cassel, on peut rappeler qu'après la première guerre mondiale, sa préoccupation essentielle était de déterminer les cours de change d'équilibre en s'appuyant sur les cours d'avant guerre jugés comme « normaux », c'est-à-dire déterminés par le pair (rapport des poids d'or). De ce point de vue, le théorie de Cassel est davantage une théorie de la PPA relative que de la PPA absolue. Le commentaire de la page 198 laisse peu de doutes sur ce point : « *Si nous tenons à nous rapprocher de la réalité, il nous faut renoncer à évaluer le cours du change entre deux pays d'après les données de la production et du commerce ; nous devons au contraire partir d'un équilibre déterminé au moment où le cours du change est présumé connu, et sur la base de ce cours évaluer celui qui correspond au même équilibre s'il y a eu inflation des monnaies, sans qu'aucun autre changement se soit produit* ».

Ce type d'affirmation a conduit certains auteurs à opérer une distinction entre la PPA absolue qui postule l'égalité entre le taux de change et le rapport des prix, et la PPA relative qui se réduit à une égalité entre les variations du taux de change et le différentiel d'inflation (cf. la revue des travaux réalisée par Officer, 1982). Selon cette dernière interprétation, la PPA relative serait nécessaire mais pas suffisante pour obtenir un niveau de taux de change d'équilibre. Déterminer la valeur d'équilibre du taux de change à une date donnée imposerait que l'on connaisse aussi cette valeur d'équilibre pour une date ou une période antérieure.

## **2.2. Des modèles de taux de change réel d'équilibre discutables**

Dès le début des années 1980, Williamson inverse la problématique des taux de change et considère que la variable pertinente est le taux de change effectif (multilatéral) réel et non le taux de change nominal. Ceci paraît logique dès lors que le taux de change réel, qui n'est rien d'autre qu'un prix relatif, est censé permettre la réalisation d'un équilibre simultané interne et externe. Bien que critiquée pour ses aspects normatifs, la théorie qu'il développe et qui l'amène à définir un taux de change d'équilibre fondamental (FEER) est une référence dans le champ de la finance internationale. On en présentera brièvement les caractéristiques essentielles avant de s'intéresser à la réaction des partisans d'une approche plus empirique (le modèle BEER).

### **2.2.1. Un modèle FEER difficilement opérationnel**

Confronté aux difficultés opérationnelles de la PPA (choix du « bon » indice de prix ou de coûts, choix d'une période de base d'équilibre...), Williamson (1983) propose de rechercher un taux de change réel d'équilibre fondamental appelé encore FEER (*Fundamental Equilibrium Exchange Rate*) qui garantit l'égalité entre la balance courante et les flux de capitaux sous-jacents (*underlying capital flow*), ou transactions sur les actifs à long terme. Pour Williamson, les variations du taux de

change réel effectif doivent conduire à l'égalité entre la balance courante sous-jacente et la balance courante « cible » qui résulte de l'équilibre de moyen terme entre épargne et investissement. Le FEER doit assurer les conditions « idéales » (désirées) d'un équilibre interne et d'un équilibre externe. Ces deux équilibres comportent donc un caractère normatif. En effet, d'une part ce taux réel devra garantir que la balance courante soit à son niveau soutenable/désirable. D'autre part, on pourra considérer que l'équilibre interne répond également à un jugement de valeur lorsqu'on cherche à atteindre un certain niveau d'output ou un niveau d'inflation désirée (Williamson, 1994 p.180). Le taux de change effectif réel compatible avec cet équilibre macroéconomique suivra une trajectoire qui résulte des mécanismes suivants :

1. Plus la croissance sera forte, plus l'écart de productivité entre secteurs des biens échangés et non échangés sera élevé (biais de B/S), ce qui conduira à une appréciation réelle du change.
2. Plus un pays accumulera des déficits de sa balance courante, plus ces engagements vis-à-vis du reste du monde seront élevés (position extérieure nette débitrice), ce qui nécessitera une dépréciation réelle de sa monnaie pour dégager des excédents commerciaux suffisants pour assurer le service de la dette.
3. Reprenant à son compte les arguments de Johnson (1954), Houthakker et Magee (1969), Williamson rappelle que si le produit entre l'élasticité-revenu des importations et le taux de croissance domestique excède le produit entre l'élasticité-revenu de la demande d'exportations et le taux de croissance étranger, la balance courante aura tendance à se détériorer, ce qui conduira à une dépréciation réelle du change.

L'objectif n'est pas d'obtenir une balance courante équilibrée mais un solde des comptes courants *soutenable* qui soit financé par des flux de capitaux longs. Il reste à définir de manière plus opérationnelle ce concept de balance courante *soutenable*. Williamson (1994 p.186) donne les précisions suivantes:

*“Hence the equilibrium exchange rate trajectory should be interpreted as that which would produce a current account (at internal balance) consistent with the expected saving-investment behaviour of both private and public sectors, except when the behaviour appears either individually unsustainable or collectively inconsistent. In the former case, the target current account balance would be that implied by the smallest fiscal adjustment needed to secure a sustainable outcome. In the latter case, the largest target surpluses would be reduced until the inconsistency is eliminated”.*

Dans la pratique, il est possible de déterminer un FEER *ex-post* ou *ex-ante*. Le FEER *ex-post* est celui qui aurait permis la réalisation des équilibres interne et externe sur une période passée. Le FEER *ex-ante* est celui qui permettra d'atteindre simultanément les objectifs d'équilibre interne et externe dans un futur de moyen terme.

La détermination du FEER peut se déduire d'une équation de balance courante égale à son niveau soutenable (Wren-Lewis, 1992). Soit si on retient une relation log linéaire

$$rca^{st} = -\alpha \log REER_t - \beta \log \tilde{y}_t + \beta^* \log \tilde{y}_t^* - r_t \cdot \tilde{nfa}_t \quad \text{avec } \alpha, \beta \text{ et } \beta^* > 0 \quad (6)$$

où  $rca^{st}$  est le solde courant réel soutenable (désiré, souhaitable),  $REER$  le taux de change réel effectif dont on cherche à déterminer la valeur fondamentale,  $y_t$  et  $y_t^*$  les revenus réels domestique et étranger (reste du monde) qui constituent une mesure des demandes globales.  $(r \cdot nfa_t)$  représente les revenus des actifs nets réels détenus sur l'étranger, avec  $r$  le taux d'intérêt réel domestique et  $nfa_t$  la position extérieure nette réelle<sup>9</sup>, ou encore le stock net d'actifs réels détenus par le pays domestique. Les variables surmontées d'un tilde indiquent les valeurs désirées/nécessaires pour que la balance courante soit à son niveau soutenable compatible avec l'équilibre interne. Le taux de change d'équilibre fondamental, le FEER, est le taux de change réel effectif solution de l'équation (6). Par conséquent, les variations de  $REER$  doivent conduire à ce que le compte courant converge vers son niveau d'équilibre soutenable.

Dans ces conditions, cet exercice se heurtera à plusieurs difficultés majeures.

a- Premièrement, à chaque niveau des comptes courants désirés/soutenables correspondra un taux de change d'équilibre fondamental ; « *FEER estimates can also be altered by changes in the current account targets assigned to the various economies* » (Williamson, 1994 p.200). La difficulté sera donc de choisir le niveau soutenable des comptes courants. Plus précisément ce sont les pays qui ont un déficit de leur balance courante, plus que les pays qui connaissent un excédent, qui devront se poser la question de l'objectif à atteindre. La « *soutenabilité* » dépendra ainsi de plusieurs facteurs :

- le niveau de la dette externe.
- le degré d'ouverture de l'économie
- la situation budgétaire interne et plus généralement les conditions de l'équilibre interne.

Or lorsque Williamson discute du niveau de la dette externe, aucune référence à un niveau de dette optimale n'apparaît. Plusieurs niveaux de dette externe (ou de ratio de la dette par rapport au PIB) sont cohérents avec l'hypothèse de stabilité à long terme, et donc plusieurs comptes courants soutenables sont possibles<sup>10</sup>.

b- Deuxièmement, il ne suffit pas de définir un déficit soutenable, sans se préoccuper du reste du monde. Ce déficit doit en fait être cohérent avec un excédent soutenable des pays partenaires. Comment alors exiger de certains pays qu'ils réduisent leurs excédents ?

<sup>9</sup> C'est-à-dire la position nette en valeur, que l'on notera  $nfa$ , déflatée par les prix, soit  $nfa_r = nfa / P$ . Cette position se définit comme la différence entre les créances des résidents vis-à-vis des non résidents et les engagements. Une valeur négative est synonyme de position créancière.

<sup>10</sup> Ceci sera montré dans le cadre du modèle NATREX qui distingue la condition d'équilibre qui postule la stabilité du ratio de la dette, de la condition d'optimalité.

c- Troisièmement, le déficit soutenable dépendra des conditions de l'équilibre interne. Ceci nécessitera d'estimer les taux de croissance potentiels dans le pays domestique et dans les pays partenaires, afin de déterminer à quel rythme devront croître les PIB réels pour que cet équilibre interne soit réalisé. Ce sont les politiques budgétaires de chacun des pays qui seront ici décisives.

d- Plus généralement, la détermination de niveaux désirés/soutenables pour les principales variables macroéconomiques rend le calcul du FEER très incertain, incertitude accrue par la difficulté d'obtenir des estimations satisfaisantes des élasticités prix/revenus du commerce (coefficients  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\beta^*$ ). Dans ces conditions différentes valeurs du taux de change d'équilibre seront possibles et seront associées à différentes dynamiques du taux de change réel. Comme le rappelle Akram (2003 p.82), "*The path of FEER over time depends on the sustainable level of the trade deficit and the growth rate at home and abroad*". L'absence de spécification de la dynamique du taux de change réel vers sa valeur d'équilibre constitue une des limites importantes de ce modèle.

Aussi, même s'il constitue une avancée théorique indéniable, le modèle de Williamson souffre de faiblesses qui ont conduit de nombreux auteurs à lui préférer une approche plus empirique du taux de change réel d'équilibre.

### 2.2.2 La modélisation BEER

Le modèle BEER (*Behavioural Equilibrium Exchange Rate*) a, dans sa version originelle, été proposé par MacDonald (1997), Clark et MacDonald (1999). Il repose sur une approche volontairement positive du taux de change d'équilibre, en réaction notamment au modèle normatif de Williamson (Mac Donald, 2002).

La relation de base du modèle est la condition d'équilibre financier donnée par la parité des taux d'intérêt non couverte (PTINC). Soit pour un horizon de long terme  $k$  des titres, et des anticipations de change formées rationnellement

$$i_t^* - i_t \approx E_t[(\text{Log}N_{t+k}) - \text{Log}N_t]^{11} \quad (7)$$

Si on retranche de chaque coté de l'équation le différentiel d'inflation anticipée,  $E_t(\dot{P}_{t+k}^* - \dot{P}_{t+k})$ , sachant que  $\dot{P}_{t+k} = E_t(\dot{P}_{t+k}) + \varepsilon_{t+k}$  et  $\dot{P}_{t+k}^* = E_t(\dot{P}_{t+k}^*) + \varepsilon_{t+k}^*$ , on obtient pour le taux de change réel (logarithme) l'expression suivante :

<sup>11</sup> Il s'agit d'une approximation en raison de l'inégalité de Jensen qui implique que  $\text{Log}E[N_{t+k}] > E[\text{Log}(N_{t+k})]$ . Afin de simplifier la présentation, on notera par la suite  $E_t[(X_{t+k})]$  pour l'espérance de  $X_{t+k}$ , conditionnelle à l'information disponible en  $t$ .

$$\text{Log}R_t = E_t(\text{Log}R_{t+k}) + (r_t - r_t^*) + \omega_t, \quad (8)$$

où  $r$  et  $r^*$  sont les taux d'intérêt réels ex-ante et  $\omega$  une combinaison des perturbations aléatoires  $\varepsilon_{t+k}$  et  $\varepsilon_{t+k}^*$ . Ce taux réel dépend donc de deux composantes, les anticipations du logarithme du taux de change réel pour le terme  $t+k$ , qui constituent la composante systématique ( $R^S$ ), et le différentiel des taux d'intérêt réels. Les auteurs vont alors considérer que l'anticipation du taux de change réel futur va révéler l'influence de facteurs fondamentaux, à l'exclusion du différentiel d'intérêt. Les fondamentaux retenus dans ce modèle ne diffèrent pas de ce que l'on retrouve dans la littérature standard. Ce seront principalement ; la position extérieure nette (*nfa*) en pourcentage de PIB ( $y$ ) qui reflètera les conditions d'équilibre entre épargne et investissement, le ratio des productivités relatives des différents secteurs (ou de l'ensemble de l'économie) domestique (notée  $\rho'_e$ ) et étrangère (notée  $\rho_e^{**}$ )<sup>12</sup> qui pourra rendre compte d'un effet B/S, les termes de l'échange (notés *TOT*)... On peut déduire le taux de change réel (logarithme) d'équilibre courant  $R^C$  :

$$R_t^C = R_t^S + (r_t - r_t^*) \quad (9)$$

Tandis que la composante systématique s'exprime comme :

$$R^S = R\left(\frac{nfa}{y}, \frac{\rho'_e}{\rho_e^{**}}, TOT\right) \quad (10)$$

Une augmentation de la position débitrice vis-à-vis de l'étranger ( $nfa < 0$ ) sera financée par des entrées de capitaux qui exigeront un rendement plus élevé des titres domestiques. Si le taux d'intérêt nominal ne peut s'ajuster, cette hausse du rendement sera obtenue par une dépréciation/baisse du taux de change réel. Un accroissement plus rapide de la productivité relative domestique, c'est-à-dire de la productivité du secteur des biens échangés relativement à celle des biens non échangés, entraînera une hausse du taux réel conformément à l'effet B/S.

Une augmentation des termes de l'échange ou du différentiel des taux d'intérêt réels produira une appréciation réelle de la monnaie domestique.

Dans la pratique, on déduira le taux de change réel (logarithme) BEER de l'estimation d'une relation de cointégration basée sur un vecteur  $x_t$  de la forme:

$$x_t = \left( \text{Log}R, \frac{nfa}{y}, \frac{\rho'_e}{\rho_e^{**}}, TOT, r_t - r_t^* \right)' \quad (11)$$

<sup>12</sup> Ce ratio peut être remplacé par le ratio des prix relatifs des biens échangés et non échangés.

Le modèle BEER conduit donc à une forme simple qui se prête facilement à une estimation du taux de change réel d'équilibre. C'est certainement ce qui en fait la popularité et qui peut expliquer la profusion de travaux utilisant une forme plus ou moins approchée de cette relation. Toutefois, cet engouement ne saurait dissiper les nombreuses interrogations que soulève ce modèle.

a- En premier lieu, la PTINC est plutôt mal vérifiée dans les faits (Isard, 2006). D'une part l'hypothèse d'anticipations rationnelles pose toujours problème et le taux de change anticipé a tendance à dévier fortement de la valeur donnée par le taux de change à terme (rejet de l'hypothèse d'efficience); d'autre part l'existence d'une prime de risque est aujourd'hui largement admise et sa modélisation reste sujette à caution. Dans le cadre de ce modèle, certains auteurs ont suggéré que cette prime soit rajoutée comme déterminant du taux de change réel<sup>13</sup>, et mesurée par le rapport des dettes externes domestique et étrangère exprimées en pourcentages du PIB de chacun des pays.

b- En deuxième lieu, l'équation (11) est un mixte de déterminants de court, moyen et long terme du taux de change. MacDonald (2002) est d'ailleurs conscient de ce problème lorsqu'il écrit: "*the variables included in our measure of the real exchange rate likely have different periodic influences on the real exchange rate*". Généralement, on considère que le différentiel d'intérêt ne subsiste pas au-delà du court terme (parité des taux d'intérêts réels), tandis que la position extérieure nette constitue un déterminant de moyen terme. Restent deux déterminants de long terme que sont les productivités et les termes de l'échange. Dans ce modèle, le concept d'équilibre n'est donc pas spécifié de manière satisfaisante.

c- En troisième lieu, quand on observe la littérature qui fait référence au modèle BEER, on se rend compte que la variable anticipations du taux de change réel, c'est-à-dire la composante systématique, devient vite une variable fourre-tout qui permet d'inclure dans l'équation du taux de change réel des variables ad hoc sans un retour pourtant nécessaire sur les équations structurelles du modèle.

d- Enfin, la vérification empirique de relations de cointégration entre d'un côté le taux de change réel, et de l'autre un ensemble de fondamentaux non stationnaires « plus ou moins bien choisis », n'est pas selon nous un argument décisif pour retenir ce type de modèle. D'autant que lorsqu'on procède à des estimations de relations de cointégration sur des périodes longues, la présence de ruptures (breaks) peut conduire à des relations erronées.

---

<sup>13</sup> Dans ce cas, l'équation (8) devient  $\text{Log}R_t = E_t(\text{Log}R_{t+k}) + (r_t - r_t^*) + \sigma_t + \omega_t$ , où  $\sigma$  est la prime de risque.



Ce bref tour d'horizon de modèles couramment utilisés dans la littérature pour déterminer la valeur d'équilibre des taux de change a révélé qu'aucune des ces approches ne traite de manière convaincante des points suivants :

- i. Expliquer la dynamique du taux de change réel d'équilibre, qui ne peut être supposé constant.
- ii. Proposer une théorie qui distingue les différents états d'équilibre, c'est-à-dire à la fois l'équilibre de moyen terme et l'équilibre de long terme.
- iii. Décrire la dynamique du taux de change réel vers sa valeur d'équilibre de moyen terme et ensuite la transition vers l'équilibre de long terme
- iv. Analyser l'interaction entre le taux de change réel et la dette externe.
- v. Offrir un modèle qui se prête facilement aux estimations économétriques tout en satisfaisant les conditions d'équilibre. Au-delà d'une simple relation de cointégration, cela suppose qu'on puisse estimer un ensemble d'équations structurelles.

Si pris séparément chacun des modèles précédents peut remplir une ou plusieurs de ces conditions, aucune approche théorique ne répond de manière satisfaisante à l'ensemble de ces exigences. Comme on va le voir, l'approche du NATREX se veut plus générale et s'efforce de prendre en compte ces différents aspects.

### **3. Le modèle NATREX pour de grandes économies**

Après un rappel succinct des principales caractéristiques du NATREX (3.1), on présentera successivement le NATREX de moyen terme (3.2), le NATREX de long terme (3.3) et la dynamique du NATREX (3.4).

#### **3.1. Caractéristiques générales du NATREX.**

Face aux insuffisances des modèles les plus courants de la littérature, le modèle NATREX, ou plus exactement la classe des modèles NATREX pour reprendre l'expression de Gandolfo (2002), a plusieurs ambitions :

- 1- Déterminer les taux de change réels d'équilibre, ou NATREX, qui satisfont les conditions d'équilibre de moyen terme et de long terme.
- 2- Expliquer la dynamique du taux de change réel et notamment le passage d'une situation d'équilibre de moyen terme à un état stationnaire de long terme.
- 3- S'appuyer sur une construction théorique rigoureuse qui fait appel au principe d'optimisation intertemporel en situation d'incertitude, pour décrire le comportement des différents agents.

Le NATREX est le taux de change réel qui prévaut lorsque les facteurs cycliques/spéculatifs n'ont plus d'influence et que le taux de chômage est à son niveau naturel. C'est un concept positif: "There is no welfare significance or value judgment" (Stein, 2002). L'approche originelle du NATREX développé par Stein (1990, 1994) relie le taux de change réel entre deux grandes économies à un ensemble de variables fondamentales, endogènes et exogènes à moyen terme, exogènes à long terme, variables qui expliquent l'épargne, l'investissement et la balance courante. Les variations du taux de change réel vont ainsi garantir qu'à l'équilibre de moyen terme la balance courante évaluée aux conditions de l'équilibre interne (output à son niveau potentiel, taux de chômage naturel, inflation stabilisée) sera égale à l'épargne sociale désirée moins l'investissement désiré (Stein, 2001). Trois horizons sont distingués ; le court, le moyen et le long terme. A court terme, le taux de change réel dépend de fondamentaux exogènes (notés Z), de fondamentaux endogènes (notés X) et de facteurs cycliques et spéculatifs (notés U) ; soit  $R = R(Z, X, U)$ . Cela signifie que le taux de change réel observé à la date  $t$  n'est pas toujours égal à sa valeur d'équilibre (NATREX), mais peut être décomposé en la somme de trois termes. Soit

$$R_t(X_t, U_t : Z_t) = [R_t(X_t, U_t : Z_t) - R_t^{MT}(X_t : Z_t)] + [R_t^{MT}(X_t : Z_t) - R_t^{LT}(Z_t)] + R_t^{LT}(Z_t) \quad (12)$$

Le premier terme du côté droit représente les déviations du taux de change réel de court terme, affecté par des facteurs spéculatifs, du NATREX de moyen terme. Le second terme retrace les écarts entre le NATREX de moyen terme et le NATREX de long terme, tandis que le dernier terme est le NATREX de long terme qui ne dépend que des variables fondamentales exogènes. Cet équilibre de long terme est atteint lorsque les effets des facteurs cycliques se sont estompés et que les fondamentaux endogènes ont convergé vers leur valeurs d'états stationnaire. « *The interaction of the medium and the long run is the contribution of the NATREX model* », (Stein, 1994 p.136).

Dans la perspective d'une mesure des *mésalignements* des taux de change, seuls les concepts d'équilibre de moyen terme et de long terme seront pertinents.

### 3.2. Le NATREX de moyen terme

L'équilibre de moyen terme prévaut lorsque les conditions d'équilibre interne et d'équilibre externe sont remplies.

#### 3.2.1. Equilibre interne

Il sera vérifié quand le taux d'utilisation des capacités de production est à son niveau moyen stationnaire. Cela signifie qu'il n'y a ni pressions déflationnistes liées à un excès de capacités, ni

pressions inflationnistes dues à une surchauffe de l'économie. L'équation (13) donne la condition d'équilibre macroéconomique de moyen terme selon laquelle l'excès d'épargne désirée est égal à la balance courante, toutes ces variables étant évaluées aux conditions de l'équilibre interne. Soient pour le pays domestique et pour le pays étranger, les relations suivantes :

$$I - S + B - r \cdot F = 0 \quad \text{et} \quad (13a)$$

$$I^* - S^* + B^* - r^* \cdot F^* = 0 \quad (13b)$$

où  $I$  est le ratio Investissement/PIB,  $S$  le ratio Epargne sociale (privée plus publique)/PIB,  $B$  le ratio balance commerciale/PIB,  $r$  le taux d'intérêt réel et  $F$  le ratio position extérieure nette/PIB (cf. définition plus haut).

1- La fonction de consommation/épargne de chacun des pays est déduite de la maximisation de l'espérance d'une fonction d'utilité intertemporelle sur un horizon infini (Stein et Paladino, 2001). En utilisant les méthodes de contrôle optimal stochastique /programmation dynamique J.L. Stein montre que la consommation privée optimale est proportionnelle à la richesse nette. Soit, si on définit cette richesse nette ( $h$ ) comme la différence entre le stock de capital ( $k$ ) et la dette externe nette ou position extérieure nette ( $nfa$ ), on obtient pour la consommation privée ( $cp$ )  $cp(t) = \beta h(t) = \beta[k(t) + nfa(t)]$ , où  $\beta$  est le taux d'actualisation (discount rate). La consommation publique ( $g$ ) est le produit d'un taux de prélèvement  $\delta_g$  et du PIB ( $y$ ), soit  $g(t) = \delta_g(t) \cdot y(t)$ . La consommation sociale est la somme de la consommation privée et de la consommation publique. Les fonctions de consommation sociale ( $c$ ) et d'épargne sociale ( $s$ ) sont donc de la forme :

$$c(t) = \beta[k(t) + nfa(t)] + \delta_g(t) \cdot y(t) \quad (14a)$$

$$s(t) = y(t) - c(t) = [1 - \delta_g(t)] \cdot y(t) - \beta[k(t) + nfa(t)] \quad (14b)$$

Une augmentation de la dette externe réduira la richesse et entraînera une hausse de l'épargne sociale (la somme de l'épargne des ménages, des entreprises et de l'état). C'est le mécanisme stabilisateur de long terme qui garantit que la dette externe n'explose pas. Si on note  $\delta$  le ratio consommation sociale/PIB appelé aussi préférence sociale pour le présent, il peut être exprimé comme la somme de la préférence du secteur privé  $\delta_p = cp/y$ , et de la préférence du secteur public  $\delta_g = g/y$ , soit  $\delta = \delta_p + \delta_g$ . Aussi, on peut réécrire l'équation (14b) comme<sup>14</sup>

<sup>14</sup> Si on définit la préférence pour le présent comme le ratio de la consommation au PNB (noté  $yn$ ), sachant que  $yn = y + r \cdot nfa$ , il vient  $s = yn - c = y + r \cdot nfa - c$

$$S(t) = 1 - \delta(t) + \delta_p(t) - \beta[1/b(t) - F(t)] = S(b, F, \delta) \quad (15)$$

avec  $S = s/y$ ;  $F = nfa/y$ ;  $b = y/k$ <sup>15</sup> et  $S_F > 0$ ;  $S_b > 0$ ;  $S_\delta < 0$

2- L'investissement dépend positivement du ratio  $q$  de Keynes-Tobin. Le ratio  $q$  peut être défini comme le rapport entre l'espérance de la valeur actualisée de tous les flux futurs générés par l'augmentation de capital ( $inv = \Delta k$ ) et la valeur de l'investissement (valeur d'acquisition du capital). Considérons que les biens produits sont vendus au prix mondial  $p^*$  exprimé en devises, et que les matières premières sont importées au prix  $p_{mi}^*$ . Après conversion des prix en monnaie domestique au taux de change  $N$ , les variations des profits entre deux périodes,  $t-1$  et  $t$ , peuvent s'écrire comme:  $(p^*/N)\Delta y - w\Delta n - (p_{mi}^*/N)\Delta mi$ , avec  $w$  le taux de salaire nominal,  $n$  la quantité de travail,  $mi$  la quantité de matières premières et  $p_{mi}$  leur prix. Si on divise cette grandeur par la valeur de l'investissement ( $p \cdot inv$ ) et si on considère la somme des profits actualisés au taux d'intérêt  $r$ , le ratio  $q$  s'écrit :

$$q_t = E_t \int_t^\infty (pmk/R - a_n \cdot W - a_{mi}/TOT)_s e^{-r \cdot s} ds \quad \text{avec } t < s < \infty \quad (16)$$

$pmk$  est la productivité marginale du capital ( $pmk = \Delta y / \Delta k$ ) qui affecte positivement  $q$ .  $R$  est le taux de change réel, tel que  $R = N \cdot P / P^*$ . Une appréciation réelle fait baisser les ventes et diminue le ratio  $q$ .  $W$  est le salaire réel. Une baisse de  $W$  ou une hausse des termes de l'échange  $TOT$  ont un impact positif sur le ratio  $q$ . Considérons  $a_n$  et  $a_{mi}$  les accroissements du facteur travail et des

matières premières associées à un accroissement du stock de capital, soient  $a_n = \frac{\Delta n}{inv} = \frac{\Delta y / \Delta k}{\Delta y / \Delta n}$  et

$a_{mi} = \frac{\Delta mi}{inv} = \frac{\Delta y / \Delta k}{\Delta y / \Delta mi}$ . Une augmentation des productivités marginales du travail

(notée  $\rho_n = \Delta y / \Delta n$ ) et des matières premières (notée  $\rho_{mi} = \Delta y / \Delta mi$ ) conduisent respectivement à une baisse de  $a_n$  et de  $a_{mi}$ , ce qui accroît  $q$ . Si on appelle  $Z_q$  le vecteur des déterminants exogènes de  $q$ , il vient  $Z_q = (W, \rho_n, \rho_{mi}, TOT, r)'$ , d'où on déduit que  $q = q(R; Z_q)$ .

La fonction d'investissement (ratio en termes de PIB,  $I = inv/y$ ) s'écrit finalement comme:

<sup>15</sup> L'offre de biens est proportionnelle au stock de capital (modèle AK).

$$I = I(q) = I(R; Z_q) \text{ avec } I_R < 0, I_q > 0. \quad (17)$$

3- La balance courante est la somme de la balance commerciale et des revenus de la position extérieure nette. L'offre réelle d'exportations nettes est déterminée par la courbe des possibilités de production qui relie ces quantités à l'output du reste du monde. L'output optimal d'exportations nettes est tel que le coût marginal égalise les prix. Si on appelle  $BC$  le ratio exportations nettes/PIB, il sera lié positivement à la productivité du secteur des exportables ( $Z_B$ ) et négativement au taux de change réel. Soit  $BC = BC(R, Z_B)$ , avec  $BC_R < 0, BC_Z > 0$ . Le ratio balance courante/PIB est donc  $CA = BC(R, Z_B) - r^* \cdot F = CA(R, Z_B, r, F)$ . En combinant les équations 13 à 17, la condition d'équilibre macroéconomique pour le pays domestique devient<sup>16</sup>,

$$I(R, W, \rho_n, \rho_{mi}, TOT, r) - S(b, F, \delta) + CA(R, Z_B, r, F) = 0 \quad (18)$$

Si  $I-S$  est positif (négatif), le pays domestique connaîtra un déficit (excédent) de sa balance courante qui se traduira par une position extérieure nette débitrice (créancière). Il en résultera une augmentation de la dette externe. L'inverse sera vrai pour le pays étranger.

### 3.2.2. Equilibre externe et NATREX de moyen terme

En l'absence de flux de capitaux spéculatifs basés sur les anticipations, et de variations des réserves de change, l'équilibre externe requiert l'égalisation des taux d'intérêt réels à long terme:  $r = r^*$ <sup>17</sup>. Si les taux d'intérêt diffèrent il y aura arbitrage jusqu'à ce que l'égalité soit rétablie. Les investisseurs achèteront les titres les mieux rémunérés, ce qui fera baisser leurs taux et apprécier le taux de change réel, et vendront ceux qui ont le plus faible taux, ce qui fera monter leur rendement et déprécier le taux de change réel. L'équilibre sur les marchés d'actifs financiers sera ainsi restauré. La réalisation des conditions d'équilibre interne et externe permet d'obtenir le NATREX de moyen terme. Celui-ci dépendra des seuls fondamentaux exogènes ( $Z$ ) et endogènes ( $X$ ), l'impact des facteurs spéculatifs et cycliques étant éliminé. Soit la relation :

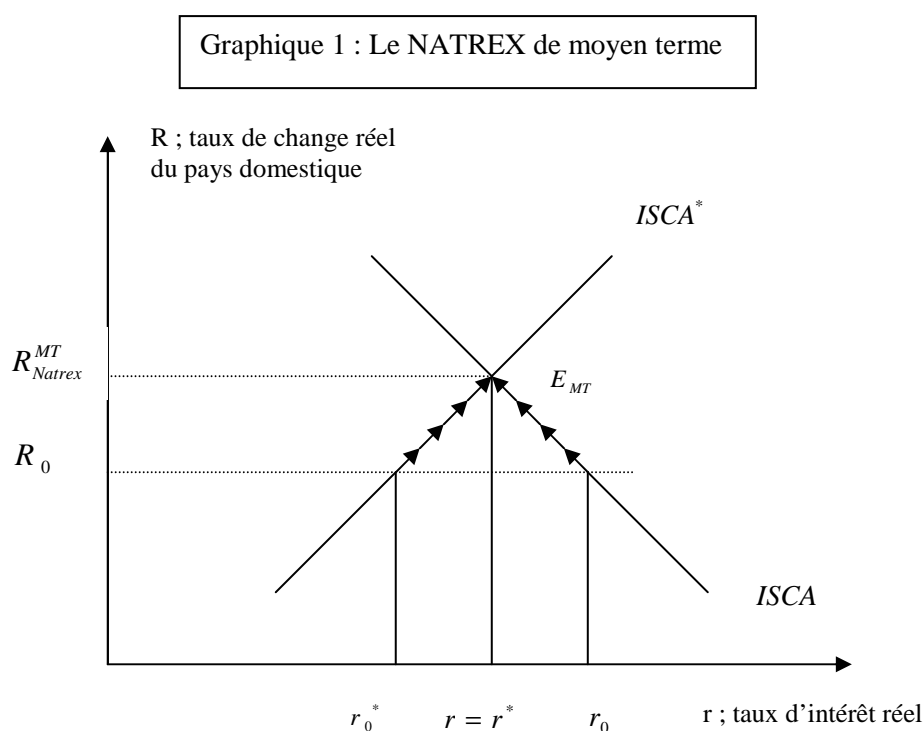
$$R_{natrex}^{MT} = R^{MT}(Z, X) \quad (19)$$

Le graphique 1 présente cet équilibre. Appelons  $ISCA$  et  $ISCA^*$  les droites d'équilibre interne dans le pays domestique et dans le pays étranger. La droite  $ISCA$  a une pente négative car une appréciation

<sup>16</sup> On peut de même obtenir cette condition pour le pays étranger.

<sup>17</sup> Dans leur étude sur le dollar-mark, Stein et Sauernheimer (1997) montrent qu'après 1980, le différentiel de taux d'intérêts réels à long terme entre l'Allemagne et les Etats-Unis est stationnaire.

du taux de change réel détériore la balance commerciale et réduit la demande globale ce qui nécessite une baisse du taux d'intérêt réel afin de favoriser l'investissement et restaurer ainsi l'équilibre interne. Les mécanismes inverses expliqueront la pente positive de  $ISCA^*$  pour le pays étranger. Considérons le niveau initial de taux de change réel  $R_0$ . Ce n'est pas un taux d'équilibre de moyen terme car le taux d'intérêt réel est plus élevé dans le pays domestique ( $r_0 > r_0^*$ ). L'arbitrage sur les marchés financiers va entraîner une baisse du taux d'intérêt réel domestique, une hausse du taux d'intérêt réel étranger et une appréciation réelle de la monnaie domestique (dépréciation réelle pour le pays étranger) qui vont conduire le système à converger pour atteindre l'équilibre simultané donné par le point  $E_{MT}$ .



Mais cet équilibre de moyen terme que l'on peut rapprocher de l'équilibre de Mundell-Fleming ne saurait être tenable durablement. En effet, cette condition d'équilibre est compatible avec une situation de déséquilibre permanent de la balance courante. Or si un pays connaît durablement un déficit des paiements courants, il devra être financé par des entrées de capitaux. Aussi, sa dette externe va croître de plus en plus jusqu'à ce qu'elle devienne insoutenable, c'est-à-dire jusqu'à ce que le pays fasse défaut.

### 3.3. Le NATREX de long terme

Dans le long terme, les stocks de capital et de dette externe devront converger vers leur état stationnaire. Aussi l'équilibre de long terme imposera qu'en plus des conditions d'équilibre de moyen terme, on ait deux conditions supplémentaires :

1- Le ratio capital/output potentiel est constant. Ce qui implique que le stock de capital ( $k$ ) va s'accroître au même rythme que l'output ( $y$ ). Soit,

$$\frac{dk(t)}{dt} \cdot \frac{1}{k(t)} = g(t) \text{ où } g \text{ est le taux de croissance du PIB, } g(t) = \frac{dy(t)}{dt} \cdot \frac{1}{y(t)}.$$

2- Le ratio position nette extérieure/output potentiel est constant, c'est-à-dire que la dette externe exprimée en termes de PIB ( $F = nfa / y$ ) est stabilisée. Soit  $\frac{dF(t)}{dt} \cdot \frac{1}{F(t)} = 0$ . Quand cette condition tient, on a<sup>18</sup> :

$$ca = g \cdot nfa \quad (20a)$$

ou encore

$$bc = (g - r) \cdot nfa \quad (20b)$$

Le NATREX d'équilibre de long terme ne dépendra plus que des fondamentaux exogènes qui sont les consommations sociales (ratio en termes de PIB) relatives qui mesurent la préférence pour le présent, et les productivités relatives de l'ensemble de l'économie:

$$R_{natrex}^{LT} = R^{LT}(Z) = R^{LT}\left(\frac{\delta s}{\delta s^*}, \frac{\rho}{\rho^*}\right) \quad (21)$$

Paradoxalement, la PPA trouvera avec le NATREX des fondements théoriques qu'elle n'avait pas. En effet, dans le très long terme ou « *ultra long run* » pour reprendre l'expression de Breuer (1994) ou Williamson, la condition de stationnarité du taux de change réel devrait être satisfaite. On peut déduire de l'équation (21) trois versions de la PPA<sup>19</sup>.

La version faible nécessitera que les déterminants fondamentaux, bien que non stationnaires, soient reliés par une relation de cointégration, c'est-à-dire une combinaison linéaire stationnaire.

La version semi-forte imposera que les déterminants fondamentaux soient tous à leurs niveaux stationnaires de long terme.

---

<sup>18</sup> Pour  $F(t) = \frac{nfa(t)}{y(t)}$ , l'hypothèse de stabilité donne  $\frac{dF(t)}{dt} = F(t) \cdot \left( \frac{dnfa(t)}{dt} \cdot \frac{1}{nfa(t)} - g(t) \right) = 0$   
avec  $\frac{dnfa(t)}{dt} = inv(t) - s(t) = ca(t)$  et  $g(t) = \frac{dy(t)}{dt} \cdot \frac{1}{y(t)}$ .

<sup>19</sup> On suppose une écriture linéaire de l'équation (21).

La version forte, de loin la plus contraignante, sera vérifiée lorsque les économies auront convergé en termes réels, c'est-à-dire lorsque les préférences pour le présent et les productivités globales des économies seront similaires.

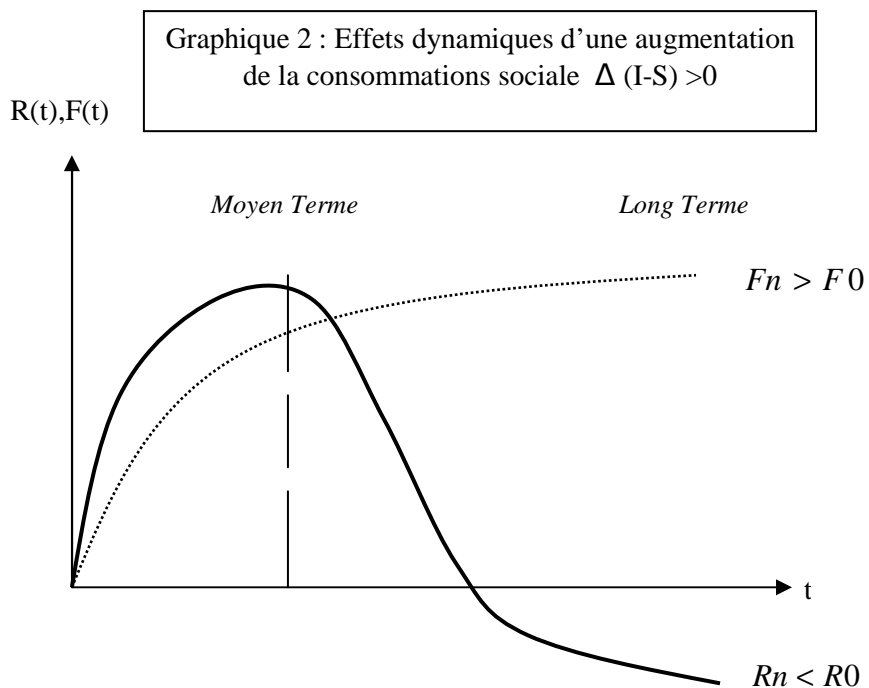
De manière générale donc, la vérification de la PPA, ou de la stationnarité du taux de change réel, n'exigera pas que les économies soient identiques. Dueker (1993) par exemple a fourni un support empirique à cette vue en montrant que les résidus d'une relation de cointégration entre le taux de change nominal et les prix n'étaient certes pas stationnaires, mais suivaient un processus *mean-reverting* (cointégration fractionnaire). Ce type de processus est en fait révélateur d'un mécanisme de retour vers une valeur moyenne d'équilibre, mais à un rythme beaucoup plus lent que si la série était stationnaire. Sur de très longues périodes allant de 50 à 100 ans, la PPA sous une forme plus ou moins forte devrait être vérifiée.

### **3.4. Dynamique du NATREX et déterminants de long terme du taux de change**

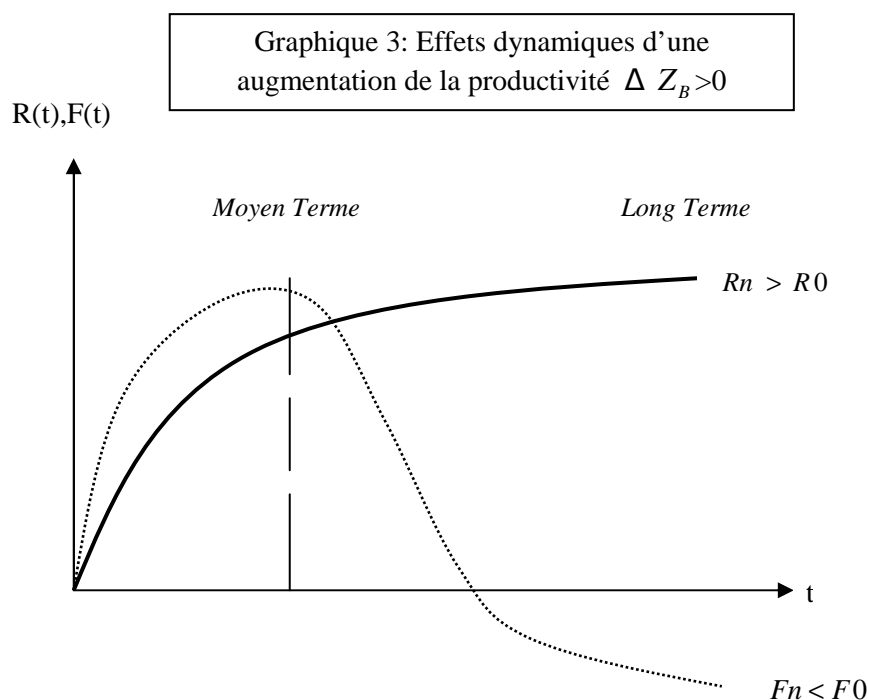
Nous considérons un changement dans les fondamentaux et analysons la dynamique du NATREX à moyen et long terme. Les graphiques 2 et 3 décrivent ces dynamiques.

1- Supposons une augmentation de la préférence pour le présent, c'est à dire une baisse de l'épargne sociale (graphique 2). Cette baisse va entraîner une détérioration de la balance commerciale et être suivie d'entrées de capitaux qui conduiront à une appréciation réelle du change. Cette hausse aura deux effets. En premier lieu, le ratio  $q$  diminuera ce qui réduira l'investissement, la demande interne et en fin de compte le taux de croissance de l'économie. En second lieu, la balance commerciale sera dégradée, ce qui générera une hausse de la dette externe qui détériorera à son tour la balance courante en raison du poids plus élevé des paiements d'intérêt. Ces effets conduisent à une détérioration de la balance courante qui contribue à nouveau à accroître la dette externe et à déprécier le taux de change réel. Durant le processus de transition de l'équilibre de moyen terme vers l'équilibre de long terme plusieurs effets stabilisateurs vont jouer. Premièrement, l'augmentation de la dette externe réduit la richesse nette et l'absorption. Deuxièmement, la dépréciation du taux de change réel améliore la balance commerciale. De plus, cette dépréciation augmente le ratio  $q$ , l'investissement et la croissance économique. Finalement la baisse du taux de change réel en dessous de son niveau initial est nécessaire pour que la condition d'équilibre de long terme soit respectée, sachant que la dette à long terme sera quant à elle plus élevée que son niveau initial pour le nouvel équilibre de long terme.





2- Considérons maintenant une hausse de la productivité (graphique 3). Si par exemple la productivité du travail s'accroît plus vite que les salaires réels, il en résultera une baisse des coûts unitaires des biens échangeables qui aura deux effets: une hausse de l'investissement et donc du besoin de financement de l'économie qui produira une dégradation de la balance commerciale, des entrées de capitaux et une appréciation du taux de change réel ; un effet positif sur les exportations nettes, via la baisse des coûts. Si l'effet positif l'emporte, la balance commerciale et la balance courante s'amélioreront ce qui fera baisser le ratio de la dette externe en dessous de son niveau initial, le pays devenant créditeur net. Parallèlement l'amélioration des comptes extérieurs favorisera la poursuite de la hausse du taux de change réel. Le NATREX de long terme doit s'apprécier de manière à réduire la balance commerciale et respecter la condition d'équilibre  $bc = (g - r) \cdot nfa$ .



#### 4. Les extensions du NATREX aux économies de taille réduite

Cette approche peut être adaptée à la fois aux pays en transition et aux petites économies. Les caractéristiques générales de ces modèles (dynamiques des taux de change et de la dette, comportements microéconomiques des agents,...) étant similaires à celle du modèle de grand pays, les paragraphes suivants se focaliseront sur les principaux résultats, pour les économies en transition (4.1) et les petits pays (4.2).

##### 4.1. Les économies en transition

Dans les économies en transition comme les Pays d'Europe Centrale et Orientale (PECO), ou la Chine, les investissements directs étrangers (IDE) et les politiques de libéralisation de l'économie jouent un rôle central. D'un côté les IDE contribuent aux transferts de technologie tout en finançant les déficits de la balance courante. De l'autre les politiques de libéralisation favorisent une allocation efficace des ressources, et par conséquent une augmentation du rendement du capital. Dans les deux cas ceci contribue à une amélioration de la productivité, des termes de l'échange, de la balance commerciale et de la croissance économique. Aussi les déterminants fondamentaux du NATREX devront être révisés. Les variations du taux de croissance de l'économie constitueront un déterminant fondamental du taux de change réel de moyen et long terme (Stein, 2006), au même titre que les préférences relatives pour le présent et les productivités relatives. Le taux de croissance de l'économie

peut être défini comme<sup>20</sup> :  $g(t) = \frac{dy(t)}{dt} \cdot \frac{1}{y(t)} = \frac{db(t)}{dt} \cdot \frac{1}{b(t)} + b(t) \cdot I(t)$ . Il reflètera ainsi la croissance de la productivité de l'investissement. A moyen terme le NATREX peut s'écrire

$$R_{natrex}^{MT} = R^{MT}(Z, X, IDE \text{ ou } TOT) \quad (22)$$

avec  $Z$  les fondamentaux exogènes et  $X$  les fondamentaux endogènes. Cette spécification prend en compte l'effet IDE. A court terme les IDE vont entraîner une appréciation du taux de change réel du pays en transition (entrées de capitaux) et, comme noté plus haut, une amélioration de l'efficacité économique qui se traduira par des gains de productivités, une amélioration des termes de l'échange et une plus forte croissance. Cela signifie que les termes de l'échange seront endogènes aux IDE et qu'il n'est donc pas pertinent d'inclure ces deux variables comme fondamentaux de moyen terme du NATREX. A plus long terme deux effets opposés peuvent jouer. D'une part, plus les IDE seront importants plus le montant des revenus de capital versés à l'étranger sera élevé. Ceci contribuera à détériorer la balance courante. D'autre part les gains de productivité et l'amélioration de la compétitivité prix et hors prix qui en résultent auront des effets positifs sur la balance commerciale et sur la croissance. En retour un pays qui bénéficie d'une forte croissance (cas des pays émergents) connaîtra des gains de productivité plus rapides dans le secteur des biens échangés, ce qui contribuera à l'appréciation réelle du taux de change<sup>21</sup>. Si ce second effet domine, le taux de change réel s'appréciera. Le NATREX de long terme s'écrira comme :

$$R_{natrex}^{LT} = R^{LT} \left( \frac{\delta s}{\delta s^*}, \frac{\rho}{\rho^*}, \Delta g \right) \quad (23)$$

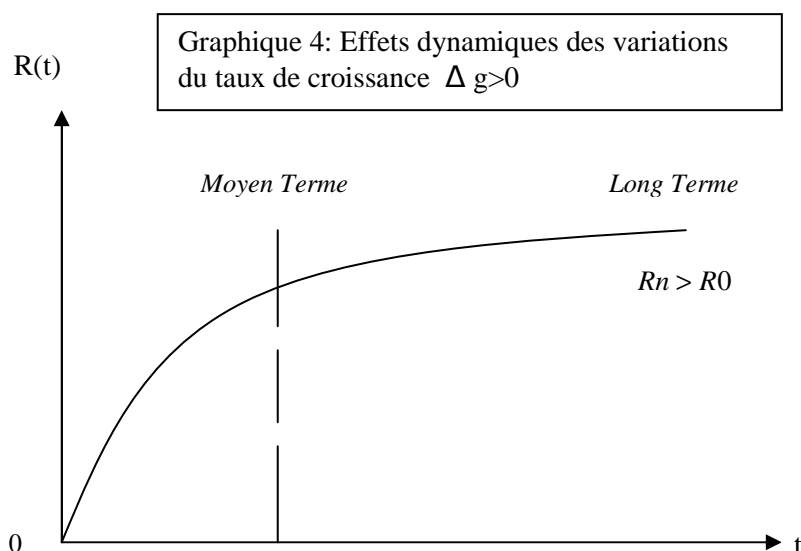
Si la croissance (ou la productivité  $b$ ) augmente relativement aux taux d'intérêt (cf. équations 20a, b), la dette externe baissera en dessous de son niveau initial tandis que le taux de change réel s'appréciera au delà de son niveau initial (graphique 4).

<sup>20</sup> Pour  $b = y/k$ , on obtient  $g(t) = \frac{dy(t)}{dt} \cdot \frac{1}{y(t)} = \frac{db(t)}{dt} \cdot k(t) + b(t) \cdot \frac{dk(t)}{dt}$  avec

$I(t) = inv(t)/y(t) = dk(t)/y(t)$ . Si on pose  $Z_g = \frac{db(t)}{dt} \cdot \frac{1}{b(t)}$ , il vient

$g(t) = b \cdot I(t) + Z_g = b \cdot I(R; Z_q) + Z_g = g(R; Z_q, Z_g)$

<sup>21</sup> Williamson (1994) note aussi que les pays à forte croissance bénéficient généralement d'un rendement plus élevé des actions, ce qui favorise les entrées de capitaux et l'appréciation réelle du taux de change.



## 4.2. Le cas des petits pays

Un petit pays fait face à une demande de biens exportables et une offre de biens importables infinies. Il est price-taker pour les biens échangés et peut théoriquement exporter et importer les quantités de biens qu'il désire. Dans ce cas l'équilibre interne se ramène à l'équilibre du marché des biens non échangés. Les variations endogènes de  $R$  résultent des variations endogènes du prix relatif interne des biens non échangés et échangés. De plus, si le taux d'intérêt réel est déterminé au niveau mondial, l'équilibre macroéconomique (cf. équation 13 et graphique 1) sera réalisé grâce aux variations du taux de change réel.

### 4.2.1. Le taux de change réel dans le cas d'un petit pays

Considérons le taux de change réel entre un petit pays domestique et un « grand » pays étranger. Supposons que l'on a deux types de biens échangeables, des biens exportables et des biens importables. Ce pays produit et exporte des biens échangés au prix  $P_x$ . De même, il importe en provenance de l'étranger des biens au prix  $P_m^*$  en devise étrangère, c'est-à-dire au prix  $P_m$  en monnaie domestique, sachant que  $P_m = P_m^* / N$ . On aura ainsi  $P_e \equiv P_x$  et  $P_e^* \equiv P_m^*$ . En substituant dans l'équation (2), le taux de change réel peut s'écrire comme:

$$R_t = \frac{N_t \cdot P_{e,t}}{P_{e,t}^*} \cdot \frac{(P_{ne,t}/P_{e,t})^{(1-\theta)}}{(P_{ne,t}^*/P_{e,t}^*)^{(1-\lambda)}} = \frac{P_{x,t}}{P_{m,t}} \cdot \frac{(P_{ne,t}/P_{x,t})^{(1-\theta)}}{(P_{ne,t}^*/P_{m,t}^*)^{(1-\lambda)}} \quad (24)$$

Le prix relatif des biens échangés et non échangés étranger ( $P_{ne}^*/P_m^*$ ) ainsi que les termes de l'échange ( $P_x/P_m$ ) sont exogènes pour le petit pays. Par conséquent expliquer le taux de change réel revient à définir les déterminants du prix relatif interne des biens échangés et non échangés ( $R_n$ ). On peut en effet exprimer le taux de change réel comme

$$R_t = R_{n,t}^{(1-\theta)} \cdot TOT_t \cdot c. \quad (25)$$

Sur ces bases, deux voies ont été suivies dans la littérature pour traiter du NATREX dans le cas d'un petit pays.

#### 4.2.2. Le NATREX pour un petit pays

Dans un premier temps on peut supposer que  $R$  dépend principalement des variables domestiques. Federici et Gandolfo (2002) en précisent les implications lorsqu'ils écrivent "*Admittedly, this does not allow to consider spillover effects (or foreign repercussions, as they were once called)*". Suivant Rajan et Siregar (2002), on peut considérer un NATREX de moyen terme de petit pays ( $pp$ ) fonction: du ratio des dépenses publiques / PIB domestique qui mesure la préférence pour le présent, de la productivité interne, du taux d'intérêt réel étranger et des termes de l'échange. Soit

$$R_{natrex\_pp}^{MT} = R^{MT}(\delta_g, \rho, r^*, TOT) \quad (26)$$

Tandis qu'à long terme, le NATREX ne dépend que des fondamentaux internes:

$$R_{natrex\_pp}^{LT} = R^{LT}(\delta_g, \rho, TOT). \quad (27)$$

Lim et Stein (1995) proposent de modéliser directement le prix relatif interne, c'est-à-dire la variable  $R_n = P_{ne}/P_x$  telle que  $R_n^{LT} = R_n^{LT}(\delta_g, \rho)$ . Les fondamentaux sont les mêmes que dans la formalisation précédente. La seule différence réside dans la méthode d'estimation. Plutôt que d'estimer directement le NATREX d'équilibre, on procède ici en deux étapes. Dans un premier temps, on estime le prix relatif d'équilibre, ou plutôt  $RN^{22}$  duquel on va déduire dans une seconde étape le taux de change réel à partir de la relation (25). Il vient dans ce cas

---

<sup>22</sup> Les prix relatifs ne pouvant être mesurés directement, c'est la grandeur  $RN$ , telle que  $RN = R_n^{1-\theta} = R/TOT$  qui sera estimée. Lim et Stein supposent que le prix relatif étranger  $(P_{ne}^*/P_m^*)^{1-\lambda}$  exogène peut être normalisé à l'unité.

$$R_{natrex\_pp}^{LT} \approx RN^{LT} \cdot TOT^{LT} \quad (28)$$

Cette approche convient pour les pays en développement pour lesquels la distinction entre secteur des biens échangés et secteur des biens non échangés est valide. Cette modélisation peut se substituer aux modèles d'Edwards (1994), Elbadawi (1994) ..., qui retiennent le prix relatif interne des biens échangés et non échangés comme indicateur du taux de change réel.<sup>23</sup>

## 5. NATREX et dette externe : une théorie des crises financières

L'approche en terme de NATREX est plus riche qu'une simple modélisation du taux de change réel d'équilibre car la prise en compte des interactions entre ce taux et la dette externe débouche sur une théorie des crises financières.

### 5.1. Dette d'équilibre, dette optimale et NATREX

Le taux de change réel et le ratio dette externe/PIB constituent les deux variables endogènes du système dynamique qui vont interagir pour converger vers leurs niveaux d'équilibre de long terme. Cet équilibre devra satisfaire les conditions de stabilité du ratio de la dette, c'est-à-dire  $bc = (g - r) \cdot nfa$ , et du ratio de capital. Aussi, le NATREX de long terme et le ratio  $F$  d'équilibre vont tous deux dépendre des mêmes fondamentaux exogènes, soient :

$$\begin{aligned} R_{natrex,t}^{LT} &= R(Z_t) \\ F_t^{LT} &= F(Z_t) \end{aligned} \quad (29)$$

Mais rien ne garantit que la dette d'équilibre de long terme ( $F_t^{LT}$ ) soit optimale. En effet, si on considère deux pays, le premier qui mène une politique de demande expansionniste, le second qui développe une politique d'offre en faveur des gains de productivité, la dette d'équilibre du premier sera plus élevée que celle du second. Ces deux politiques conduiront donc à des résultats différents en termes de bien-être de l'économie. C'est pour résoudre cette difficulté que J.L. Stein<sup>24</sup> va définir un ratio de dette optimale. J.L. Stein (2006) propose deux modèles de dette. Le premier est un modèle de dette à court terme, le second qui retiendra notre attention ici est un modèle de dette à long terme. La capacité d'un pays à rembourser sa dette dépendant de sa richesse nette, on retiendra le ratio dette

<sup>23</sup> Cf. aussi les différentes contributions dans HINKLE et MONTIEL (1999).

<sup>24</sup> Cf. FLEMING ET STEIN (2003), STEIN (2004,2006)

externe/richeſſe nette ( $f = nfa/h$ ). On considère qu'il n'y a pas de maturité de la dette, mais celle-ci doit être servie en permanence au taux d'intérêt réel  $r$ . Le modèle est à horizon infini, en temps continu. Les variables de contrôle sont le ratio dette/richeſſe nette ( $f$ ), et le ratio consommation/richeſſe nette (noté  $x = c/h$ ). On s'intéresse ici à la détermination de la dette optimale (ratio dette/richeſſe nette). Elle sera obtenue à partir de la maximisation de l'espérance de la valeur actualisée d'une fonction d'utilité de la consommation  $U(x(t))$ , sous les contraintes que la consommation et la richeſſe nette sont toujours positives<sup>25</sup>. La richeſſe nette est la variable d'état<sup>26</sup>. Avec une fonction d'utilité de type HARA (*Hyperbolic Absolute Risk Aversion*), et pour un taux d'actualisation  $\delta$ , la fonction à maximiser est de la forme

$$V(h) = \max_{x,f} E \int_0^{\infty} U(x(t)) e^{-\delta t} dt \quad (30)$$

La forme de cette fonction d'utilité dépendra du degré d'aversion au risque. Si on note  $1-\gamma$  l'aversion pour le risque, plus  $\gamma$  sera faible (fort), plus l'aversion au risque sera grande (faible). Si on considère une aversion au risque égale à l'unité ( $1-\gamma=1$ ), la fonction d'utilité devient logarithmique<sup>27</sup> et  $V(h)$  s'écrit

$$V(h) = \max_{x,f} E \int_0^{\infty} e^{-\delta t} \ln x_t dt \quad (31)$$

Comme le futur est imprévisible, c'est-à-dire le rendement futur de l'investissement, les taux d'intérêt et les taux de change futurs, nous nous situons dans un environnement stochastique. Aussi ce problème sera résolu en utilisant les méthodes de contrôle optimal stochastique/programmation dynamique. On obtient le ratio dette/richeſſe nette optimal  $f^*$

$$f^* = (b-r)/\sigma^2 + f(0) \quad (32)$$

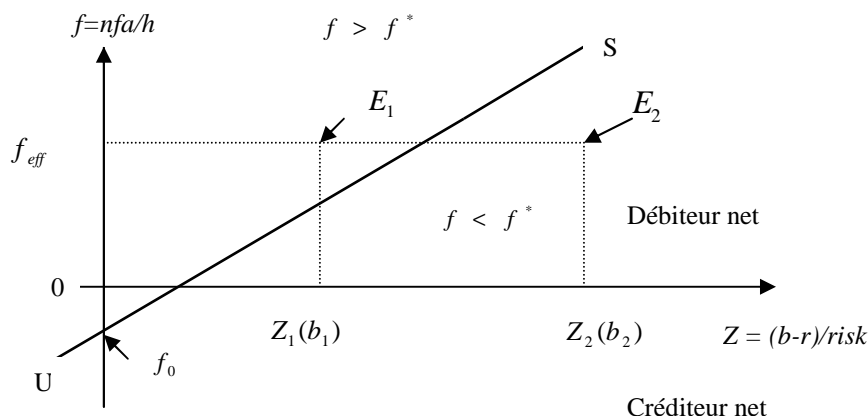
où  $(b-r)/\sigma^2$  représente le rendement net ajusté du risque (noté *risk*) associé à l'investissement, c'est-à-dire la variance du rendement net ;  $risk = \text{var}(b-r) = \sigma^2$ .

<sup>25</sup> La richeſſe nette est toujours positive, ce qui exclut tout schéma de Ponzi. De plus la contrainte d'une consommation positive évite que le pays ne fasse défaut.

<sup>26</sup> Voir FLEMING et STEIN (2003) et STEIN (2006, chapitre 9) pour la dynamique de la richeſſe nette.

<sup>27</sup> Si  $\gamma < 1$  et  $\gamma \neq 0$ , on a  $U(t) = (1/\gamma) C^\gamma(t)$  et la dette optimale est  $f^* = (b-r)/(1-\gamma)\sigma^2 + f(0)$

Graphique 5: Dette optimale  
 $1 - \gamma = 1$



Le rendement de l'investissement ( $b$ ) va jouer un rôle essentiel dans le niveau optimal de dette. Ceci est montré dans le graphique 5. Supposons un niveau de dette effective appelé  $f_{eff}$ . Dans le cas défavorable d'un faible niveau de productivité de l'investissement ( $b_1$ ), les autres paramètres restant inchangés, on se situe au point  $E_1$  ce qui est synonyme d'une dette excessive (au dessus de la droite  $U-S$ ). Dans ce cas le capital sera vendu afin que la dette soit remboursée. A l'inverse, la même dette effective peut être inférieure à la dette optimale pour un niveau de productivité ( $b_2$ ) élevé (en dessous de la droite  $U-S$ ). L'économie située au point  $E_2$  peut encore accroître sa dette externe. On profitera d'entrées de capitaux pour accroître le stock de capital, sachant que le ratio de capital optimal est  $k^* = 1 + f^*$ . Cela signifie que l'endettement externe doit être affecté au financement d'investissements productifs pour lesquels le rendement sera supérieur au taux d'intérêt réel,  $b > r$ , et non à des dépenses de consommation.

## 5.2. Les indicateurs de crise

Les approches traditionnelles qui font référence à la situation macroéconomique des économies se sont révélées déficientes pour alerter les états, les agences de notation et les institutions internationales de la situation réelle de certains états. En combinant le modèle NATREX de taux de change réel d'équilibre de long terme et le modèle de dette optimale, J.L. Stein va proposer la définition de signaux d'alerte pour les pays qui connaissent des difficultés financières.



- Le premier signal sera donné par l'écart entre le taux de change réel effectif et sa valeur d'équilibre donnée par le NATREX de long terme  $\Phi = R - R_{natrex}^{LT}$ . Une valeur positive et forte de  $\Phi$  sera synonyme de surévaluation de la monnaie et constituera un signal de risque de crise monétaire.
- Le seul niveau du ratio dette externe/PIB n'est pas pertinent pour juger de la situation financière d'un pays. Il faut comparer la dette effective à la dette optimale. Aussi, le second signal sera fourni par l'écart entre la dette effective (ratio) et la dette optimale  $f^*$ , soit  $\Psi = f - f^*$ . Si la dette effective<sup>28</sup> dépasse son niveau optimal, le pays court le risque de faire défaut dans la mesure où il devra réduire sa consommation pour faire face au service de la dette. Ceci sera vrai même si cette dette se situe au niveau d'équilibre de long terme (hypothèse de stabilité). Cela peut se produire car le montant de la dette dépend des décisions du secteur privé et du secteur public qui sont prises indépendamment du niveau de dette optimale de l'économie.

Par conséquent lorsqu'un pays connaît simultanément un état de surévaluation de sa monnaie  $\Phi = R - R_{natrex}^{LT} > 0$  et de dette excessive  $\Psi = f - f^* > 0$ , il devient de plus en plus vulnérable à un choc externe. JL Stein (2006) considère que l'éclatement de la bulle immobilière en Thaïlande, et les faillites des *majors* en Corée, ont en 1997-1998 joué le rôle de facteurs déclencheurs dans la crise asiatique.

## 7. Conclusion et remarques finales

Parmi les modèles récents de détermination du taux de change réel d'équilibre, le NATREX a suscité une attention croissante de la part des milieux académiques, mais aussi des professionnels de la finance (gestionnaires de fonds) et des économistes des banques centrales. Cet intérêt s'explique selon nous par le fait que le modèle développé par J.L. Stein constitue très certainement l'approche théorique la plus aboutie, notamment si on le compare aux autres « poids lourds » du domaine que sont la PPA, les modèles FEER et BEER.

Le(s) modèle(s) NATREX offre(offrent) à la fois un cadre théorique élaboré et un caractère opérationnel complet. D'un point de vue théorique, cette modélisation repose non seulement sur une analyse sophistiquée des processus d'optimisation intertemporelle des agents en situation d'incertitude, mais elle présente de plus une analyse de la dynamique des taux de change réels et des processus de transition vers les équilibres de moyen et long terme. L'extension à une étude des crises financières, qui s'appuie sur l'interaction *mésalignements*-dette externe, vient renforcer ce corps théorique. D'un point de vue pratique, les possibilités d'estimation sont plus riches que celles des

<sup>28</sup> Il est équivalent de traiter de  $f$  ou  $F$  dans la mesure où ces deux ratios sont liés positivement. En effet,

$$F = \frac{nfa}{y} = \frac{k}{y} \cdot \frac{nfa}{k} = \frac{1}{b} \cdot \frac{f}{1+f} \text{ puisque } k = h + nfa \text{ et } b = y/k.$$

modèles standard. En effet, si on retient une simple relation de cointégration pour estimer le NATREX, la valeur ajoutée par rapport au modèle BEER, par exemple, n'est pas significative. De plus, une des limites (et critiques) des estimations des relations de cointégration, c'est que la relation estimée est davantage une relation du taux de change courant que du taux de change d'équilibre. En revanche la possibilité d'estimer une forme structurelle, comme ont pu le faire Federici et Gandolfo (2002)<sup>29</sup>, Verrue et Colpaert (1998) ou encore Detken et alii. ((2002), est beaucoup plus riche d'enseignements<sup>30</sup>. D'une part cela permet de vérifier la pertinence des relations de comportements, d'autre part les NATREX de moyen terme et de long terme peuvent être déduits de la prise en compte explicite des conditions (équations) d'équilibre.

Pour toutes ces raisons, nous considérerons que le NATREX a apporté un plus indéniable dans la modélisation des taux de change d'équilibre et dans le calcul des *mésalignements* des monnaies. Cela ne signifie pas pour autant que ce modèle est figé une fois pour toutes.

Sur le plan théorique, les fonctions de consommation/épargne et d'investissement pourraient être enrichies pour prendre en compte le facteur démographique. Williamson (1994 p. 194) a discuté de ce point en rappelant : *“To the extent that most individuals follow such a saving pattern in the attempt to maximize lifetime utility, the demographic structure of a society will be an important determinant of its saving rate. Specifically, societies with a large proportion of the population in the high-saving, preretirement phase will tend to have a high overall saving rate, while societies with a large proportion already retired will tend to have a low saving rate. Investment needs will also be influenced by demographic factors, since rapid population growth-and especially a rapid increase in the number of young households-will tend to increase the need for investment”*. On pense aux pays développés qui ont des structures démographiques assez différentes de celles des pays en développement et des pays en transition<sup>31</sup>. De même, J.L. Stein propose une explication des crises financières qui mériterait d'être approfondie par une analyse des mécanismes de contagion entre pays.

Sur le plan empirique, le modèle NATREX comme d'ailleurs les autres modèles de taux de change réels d'équilibre, soulève certains problèmes que l'on peut synthétiser comme suit.

1. Le taux de change réel pertinent est un taux de change effectif, c'est-à-dire un taux de change multilatéral. Dans ce cas, comment déduire des taux de change réels bilatéraux d'équilibre compatibles avec ce taux multilatéral ? Pour un taux de change effectif composé de  $n$  taux bilatéraux, Alberola et al (1999) proposent d'exprimer  $n-1$  taux bilatéraux en fonction de la

---

<sup>29</sup> Le travail réalisé par Federici et Gandolfo sur la lire italienne peut servir de référence. D'une part, ils réécrivent certaines équations de comportement pour tenir compte des spécificités de l'économie italienne. D'autre part, ils estiment un système d'équations différentielles non linéaires à l'aide du programme ESCONA développé par Wymer (1993, 1995).

<sup>30</sup> STEIN (2006) revoie les principales études consacrées au NATREX qui se réfèrent alternativement à l'estimation de formes réduites et à l'estimation de systèmes d'équations structurelles.

<sup>31</sup> Ce problème pourrait être illustré par le cas de la Chine, qui devrait dans les prochaines décennies, être confrontée à un problème de vieillissement de sa population.

*nième* monnaie considérée comme numéraire commun. Calculant les taux multilatéraux de ces  $n-1$  monnaies du panier, on peut ensuite résoudre le système pour  $n-1$  taux bilatéraux.

2. La seconde difficulté concerne le passage du taux de change réel d'équilibre au taux de change nominal d'équilibre. Généralement on suppose que la valeur d'équilibre des prix domestiques et étrangers est donnée par un processus de moyenne mobile sur les valeurs passées des prix. Il s'agit d'une hypothèse simplificatrice opportune, mais il n'y a pas de véritable analyse de la dynamique des prix<sup>32</sup>.

Or, selon le régime de change, deux processus d'ajustements de long terme sont possibles. Revenons à l'équation (1) qui peut être réécrite comme:

$$N_t = R_{natrex,t}^{LT} \cdot \frac{P_t^*}{P_t} \quad (1bis)$$

Dans un système de change fixe,  $N$  étant fixe, les prix devront s'ajuster pour que la condition d'équilibre soit vérifiée. Sinon, les rigidités pourront entraîner un ajustement réel, c'est-à-dire du PIB et de l'emploi. En fait le processus d'ajustement dépendra du pays étudié.

Dans un système de change flexible, les variations de  $N$  permettront la réalisation de la condition (1bis).

Au final, le travail théorique (et empirique) réalisé par J.L. Stein, quoique déjà très élaboré, ouvre des perspectives intéressantes pour des recherches futures.

## Bibliographie

- AKRAM, Q. F. (2003), "Real Equilibrium Exchange Rates for Norway", in *Explaining Movements in the Norwegian Exchange Rate*, Ø. EITRHREIM et K. GULBRANDSEN (eds), Norges Bank Occasional Papers n°32.
- ALBEROLA, E., S. G. CERVERO, H. LOPEZ and A. UBIDE, (1999), "Global Equilibrium Exchange Rates: Euro, Dollar, 'Ins', 'Outs', and Other Major Currencies in a Panel Cointegration Framework", IMF Working Paper, No. 175.
- ARTUS, J. (1977), "Methods of Assessing the Long-Run Equilibrium Value of an Exchange Rate", IMF Working Paper 77/124.
- BALASSA, B. (1964), "The Purchasing Power Parity Doctrine: A Reappraisal ", *Journal of Political Economy*, 72, Dec., pp. 584-96.

---

<sup>32</sup> Cf. par exemple la discussion de BOUVERET et STERDYNIK (2005).

- BOUVERET, A. et H. STERDYNIK (2005), «Les modèles de taux de change: Equilibre de long terme, dynamique et hystérèse », *Revue de l'OFCE*, avril.
- BREUER, J.B. (1994), "An Assessment of The Evidence on Purchasing Power Parity", in *Estimating Equilibrium Exchange Rates*, J.WILLIAMSON ed., Institute for International Economics, Washington.
- CASSEL, G. (1916), "The Present Situation of The Foreign Exchanges", *The Economic journal*, September.
- CASSEL, G. (1923), *La monnaie et le change après 1914*, Paris, Giard.
- CLARK, P. and R. MACDONALD, (1999), "Exchange Rates and Economic Fundamentals: A Methodological Comparison of BEERs and FEERs", in R. Mac Donald and J. L. Stein (ed. (1999), *Equilibrium Exchange Rates*, Kluwer Academic.
- COUDERT, V. (2004), "Comment évaluer l'effet Balassa-Samuelson dans les pays d'Europe centrale et orientale?", *Bulletin de la Banque de France*, n°122, février.
- DETKEN, C., DIEPPE, A., HENRY J., SMETS F., and C. MARIN-MARTINEZ (2002), "Determinants of the Effective Real Exchange Rate of the Synthetic Euro: Alternative Methodological Approaches", *Australian Economic Papers*, 41(4), Special Issue on: Exchange Rates in Europe and in Australasia, December, pp. 405-436.
- DRIVER, R. and P. WESTAWAY, (2003), "Concepts of Equilibrium Exchange Rates", Bank of England Working Paper, June.
- DUEKER, M. J. (1993), "Hypothesis Testing with Near-Unit Roots: The Case of Long-Run Purchasing Power Parity", *Federal Reserve Bank of St. Louis Review*, 75, pp. 37-48.
- EDWARDS, S. (1994), "Real and Monetary Determinants of Real Exchange rate Behavior: Theory and Evidence from Developing Countries", in *Estimating Equilibrium Exchange Rates* J.WILLIAMSON ed., Institute for International Economics, Washington
- ELBADAWI, I. A. (1994), "Estimating Long-Run Equilibrium Real Exchange Rates", in *Estimating Equilibrium Exchange Rates*, J.WILLIAMSON ed., Institute for International Economics, Washington
- FEDERICI, D. and G. GANDOLFO (2002), "Endogenous growth in an Open Economy and the NATREX Approach to the Real Exchange Rate: The Case of Italy", *Australian Economic Papers*, 41(4), Special Issue on: Exchange Rates in Europe and in Australasia, December.
- FLEMING, W.H. and J.L. STEIN (2003), "Stochastic Optimal Control, International Finance and Debt", *Journal of Banking and Finance*.
- HINKLE L. E. and P. J. MONTIEL ed. (1999), *Exchange rate misalignment, Concepts and measurement for developing countries*, A World Bank Research Publication, Oxford University Press.
- HOUTHAKKER, H. S. and S. P. MAGEE (1969), "Income and Price Elasticities in World Trade", *The Review of Economics and Statistics*, 51(2), pp. 111-125.

- JOHNSON, H. (1954), "Increasing Productivity, Income-Price Trends, and the Trade Balance", *The Economic Journal*, 64, pp. 462-485.
- MACDONALD R. (1997), "What Determines Real Exchange Rates? The Long and Short of It", *Journal of International Financial Markets*, 8, pp. 117-153.
- MACDONALD, R. (2000), *Concepts to Calculate Equilibrium Exchange Rates: An Overview*, Discussion paper 3/00, Economic Research Group of the Deutsche Bundesbank.
- MACDONALD, R. (2002), "Modelling the Real Effective Exchange Rate of the New Zealand Dollar: A BEER Perspective", *Australian Economic Papers*, 41(4), Special Issue on: Exchange Rates in Europe and in Australasia, December.
- MACDONALD, R. and I. W. MARSH (1997), "On Fundamentals and Exchange Rates: A Casselian Perspective", *The Review of Economics and Statistics*, 79(4), pp. 655-664.
- MEESE, R.A. and ROGOFF, K. (1983), "Empirical Exchange Rate Models of The Seventies, Do they Fit out Sample?", *Journal of International Economics* 14; pp. 3-24.
- NURKSE, R. (1944), *International Currency Experience: Lessons of Interwar the Period*, Geneva: League of Nations.
- OFFICER, L.H (1976), "The Purchasing Power Parity Theory and Exchange Rates: a Review Article", *International Monetary Fund Staff Papers*, March.
- OFFICER, L.H (1982), *Purchasing Power Parity and Exchange Rates: Theory, Evidence and Relevance*, JAI Press, London.
- RAJAN, R. and R. SIREGAR (2002), "The Vanishing Intermediate Regime and the Tale of Two Crisis: Hong Kong and Singapore", *Australian Economic Papers*, 41(4), Special Issue on: Exchange Rates in Europe and in Australasia, December.
- SAMUELSON, P.A. (1964), "Theoretical Notes on Trade Problems", *The Review of Economics and Statistics*, 46, pp. 595-608.
- STEIN, J.L. (1990), "The Real Exchange Rate", *Journal of Banking and Finance*, 14, Special issue, pp. 1045-1078.
- STEIN, J.L. (1994), "The Natural Real Exchange Rate of the United States Dollar and Determinants of Capital Flows", in J. Williamson (ed.), *Equilibrium Exchanges Rates*, Institute for International Economics, Washington, DC.
- STEIN, J. L. (2001), "Exchange Rate Misalignments and Crises", *Jahrbuch für Wirtschafts-Wissenschaften*, 52, pp. 111-151.
- STEIN, J. L. (2004), "Optimal Debt and Equilibrium Exchange Rates in a Stochastic Environment: An Overview", Working paper n°1363, CESifo, Munich, <http://www.CESifo.de>.
- STEIN, J. L. (2006), *Stochastic Optimal Control, International Finance, and Debt Crisis*, Oxford University Press, New York.
- STEIN, J.L and P. R. ALLEN eds. (1995), *Fundamental Determinants of Exchange Rates*, Clarendon Press, Oxford.

- STEIN, J.L and G.C. LIM (1995), "The Dynamics of the Real Exchange Rate and Current Account in a Small Open Economy: Australia", in *Fundamental Determination of Exchange Rates*, J.L. Stein and P.R. Allen (eds.), Clarendon press, Oxford.
- STEIN, J. L. and G. PALADINO (2001), "Exchange Rate Misalignments and Crisis", *Jahrbuch für Wirtschafts-wissenschaften*, 52, pp. 111-151.
- STEIN, J. L. and K.-H. SAUERNHEIMER (1997), "The Equilibrium Real Exchange Rate of Germany", in J. L. Stein (ed.), *The Globalization of Markets*, Physica-Verlag.
- VERRUE, J. L., and J. COLPAERT (1998) A Dynamic Model of the Real Belgian Franc, CIDEI Working Paper (Sapienza University of Rome) 47.
- WILLIAMSON, J. (1983), *The Exchange Rate System*, Institute for International Economics, Washington DC, MIT Press, Cambridge.
- WILLIAMSON, J. (1994), "Estimates of FEERs", in *Estimating Equilibrium Exchanges Rates* J.WILLIAMSON ed. Institute for International Economics, Washington.
- WREN-LEWIS, S. (1992), "On the Analytical Foundations of the Fundamental Equilibrium Exchange Rate", in *Macroeconomic Modelling of the Long Run*, in C. P. HARGREAVES ed., Edward Elgar publishing.
- WYMER, C. R. (1993), "Estimation of Nonlinear Continuous-Time Models from Discrete data", in P. C. B. PHILLIPS ed., *Models, Methods and Applications of Econometrics*, Oxford: Blackwell, pp 91-116.
- WYMER, C. R. (1995), "Advances in the Estimation and Analysis of Nonlinear Differential Equation Models in Economics", in L. SCHOONBEEK, E. STERKEN and S. K. KUIPERS eds., *Methods and Applications of Economic Dynamics*, North-Holland, Amsterdam.